**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра КСУ**

отчет

**по идз №8**

**по дисциплине «ПРОЕКТИРОВАНИЕ**

**ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ»**

Тема: Линейная квадратичная задача

**Вариант 12**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 4491 | Пономарев Д.А. |  |
| Преподаватель | Ветчинкин А.С. |  |

Санкт-Петербург

2018

**Максимальное быстродействие. Колебательный объект**

**Исходные данные**

По каждому варианту необходимо получить аналитические выражения для оптимального управления как функции времени и оптимальные значения для коэффициентов обратной связи, а также построить графики переходных процессов в оптимальной системе (, , )



Для всех вариантов граничные значения состояний объекта управления .



Выражение для критерия качества имеет вид:



Таблица 1. Исходные данные к заданию

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Параметры объекта управления |
| 12 |  |

**Решение задачи**

Рассматриваемая задача заключается в том, чтобы перевести объект управления из начального состояния в конечное таким образом, чтобы минимизировать функционал вида:



Особенностью линейной квадратичной задачи является то, что соответствующее управляющее воздействие может быть получено не только в виде функции времени, но и виде линейной функции состояний объекта управления.

Требуется найти управляющее воздействие, переводящее объект управления из начального состояния в конечное таким образом, чтобы обеспечить минимум следующего функционала



Решение задачи находится путем выполнения стандартных шагов.

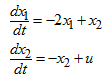
1. Гамильтониан

Производная по Гамильтониану:

Исходя из максимизации Гамильтониана, находим оптимальное управление в функции сопряженных переменных

2. Система сопряженных уравнений

3. Общая система уравнений, среди решения которой находится искомое управление



4. Решение полученной системы

Для решения полученной системы уравнений применим метод преобразования Лапласа. Следует отметить, что при записи преобразованной по Лапласу системы уравнений необходимо ввести в рассмотрение значения начальных условий для переменных сопряженной системы уравнений. Эти начальные условия первоначально неизвестны, но будут определены позднее исходя из обеспечения заданных конечных условий для объекта управления.

Преобразованная по Лапласу система уравнений имеет вид

5. Поскольку , для определения L-изображения управления необходимо найти решение последней системы уравнений относительно .



В соответствии с правилом Крамера можно записать

где

Найдем корни ХП delta:

Пусть b = s^2, тогда:

b^2 – 5b + 6.2

b = {2.7236, 2764}

s = {+-1.5088, +-1.6503}

Анализируя корни характеристического полинома можно заметить, что выражение для во временной области будет содержать 4 экспоненты, две из них будут иметь положительные степени, а другие две – отрицательные. Очевидно, что наличие возрастающих экспонент не позволить получить конечное значение критерия качества и противоречит заданным конечным условиям для , следовательно, из всех решений системы уравнений необходимо выбрать те, у которых постоянные интегрирования обеспечивают равенство нулю коэффициентов перед возрастающими экспонентами. Это условие вполне может быть выполнено за счет соответствующего вычисления .



Запишем решение системы уравнений выделив составляющие, соответствующие затухающим и возрастающим экспонентам во временной области.

Неизвестные коэффициенты определяются из условия равенства соответствующих полиномов в выражении.



Из условия равенства полиномов следует равенство коэффициентов при одинаковых степенях в этих полиномах.



Исходя из данной системы вычислим постоянные интегрирования:

A = 0

B = 0

C = 6.1732

D = -7.8908

Полученные соотношения уже позволяют получить выражение для управления как функции времени на основе обратного преобразования по Лапласу.

Тогда управляющее воздействие:

Для получения управления с обратными связями необходимо выполнить следующую работу:

- получить L-изображение управляющего воздействия для объекта управления замкнутого пока неизвестными обратными связями;

- составить систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов обратной связи путем приравнивания выражения для L-изображения управляющего воздействия замкнутого объекта управления и выражения для оптимального управления, полученного на основе.

Уравнения замкнутого объект управления получаются в предположении, что



Тогда:

В итоге получаем:

u = -0.8\*x1 – 0.16\*x2

Построим графики функций с помощью следующего скрипта:

|  |
| --- |
| clc; clear; close all  % Инициализация первого метода  calculate\_u1 = @(t) -3.9454\*exp(-t\*1.6503) +3.0867\*exp(-t\*1.5088);  odefun1 = @(t, x) [-2\*x(1) + x(2); -2\*x(2) + calculate\_u1(t)];  % Инициализация второго метода  K1 = 0.8; K2 = 0.16;  calculate\_u2 = @(x) -K1.\*x(1,:) - K2.\*x(2,:);  odefun2 = @(t, x) [-2\*x(1) + x(2); -2\*x(2) + calculate\_u2(x)];  % Расчет и построение графиков  [t1, x1] = ode45(odefun1, [0 5], [1 0]);  [t2, x2] = ode45(odefun2, [0 5], [1 0]);  subplot(2, 1, 1); plot(t1, calculate\_u1(t1)); hold on; plot(t2, calculate\_u2(x2')); grid on  subplot(2, 1, 2); plot(t1, x1); hold on; plot(t2, x2); grid on; |

Графики переходных процессов представлены на рисунке 1.

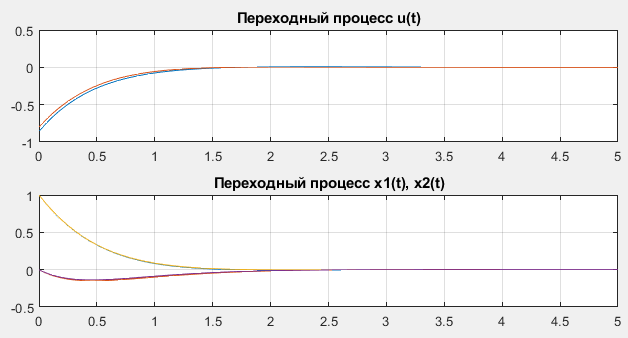


Рисунок 1 – Переходные процессы по u(t), x1(t), x2(t) для обоих результатов

**Вывод**

Таким образом, были получены аналитические выражения для оптимального управления как функции времени и оптимальные значения для коэффициентов обратной связи, а также построены графики переходных процессов в оптимальной системе (, , ).

Оптимальное управление как функция времени:

Оптимальные значения коэффициентов обратной связи:

Графики оптимальной системы, построенные двумя способами, совпали.